

Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер D1292632

1. Стороны треугольника на плоскости с аффинной системой координат лежат на прямых, заданных общими уравнениями $A_0 + A_1x_1 + A_2x_2 = 0$, $B_0 + B_1x_1 + B_2x_2 = 0$ и $C_0 + C_1x_1 + C_2x_2 = 0$. Найдите ранги матриц

$$P = \begin{bmatrix} A_0 & A_1 & A_2 \\ B_0 & B_1 & B_2 \\ C_0 & C_1 & C_2 \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad Q = \begin{bmatrix} A_0 & A_1 \\ B_0 & B_1 \\ C_0 & C_1 \end{bmatrix}.$$

2. Заданы матрицы A и B порядка n такие, что уравнение $AX - XB = 0$ относительно матрицы X имеет единственное решение. Докажите, что для любой матрицы C порядка n уравнение $AX - XB = C$ имеет решение.
3. Докажите, что минимальный многочлен алгебраического числа над заданным полем неприводим и определен однозначно с точностью до ненулевого числового множителя.
4. Какое максимальное число нулей при $0 \leq x < 2\pi$ может иметь функция

$$f(x) = a_0 + \sum_{k=1}^n a_k \cos(kx), \quad a_0, a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}?$$